

MATEMÁTICAS II

(O alumno/a debe responder só os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1= 3 puntos, exercicio 2= 3 puntos, exercicio 3= 2 puntos, exercicio 4= 2 puntos)

OPCIÓN A

- Calcula todas as matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & a \\ a & b \end{pmatrix}$ de rango 2 tales que a súa inversa sexa $A - 2I$, é dicir, $A^{-1} = A - 2I$, sendo I a matriz unidade de orde 2.
 - Dada a matriz $M = \begin{pmatrix} m+2 & -1 & m+1 \\ 0 & m+1 & 0 \\ -1 & -2 & m+1 \end{pmatrix}$
 - Calcula, segundo os valores de m , o rango de M .
 - Para o valor $m = -1$, calcula todas as matrices $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ tales que $MX = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- Calcula o valor de m para que os puntos $A(m, -1, m)$, $B(1, -5, -1)$, $C(3, 1, 0)$ e $D(2, -1, 0)$ estean nun mesmo plano. Calcula a ecuación implícita ou xeral dese plano.
 - Calcula o ángulo que forman o plano $\pi: 2x - y + 2z - 5 = 0$ e a recta r que pasa polos puntos $P(3, -4, -7)$ e $Q(1, -3, -9)$.
 - Calcula os puntos da recta r do apartado anterior que distan 9 unidades do plano π .
- Definición e interpretación xeométrica do teorema do valor medio do cálculo diferencial.
 - Calcula os límites seguintes:
 - $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x-\sqrt{2-x}}$
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \ln(1+x)}{x \ln(1+x)}$
- A derivada dunha función $f(x)$, cuxo dominio é $(0, \infty)$, é $f'(x) = \frac{1-\ln x}{x^2}$
 - Determina a función $f(x)$ sabendo que a súa gráfica pasa polo punto $(1, 0)$.
 - Determina os intervalos de concavidade e convexidade de $f(x)$.

OPCIÓN B

- Discute, segundo os valores do parámetro m , o sistema:
$$\begin{aligned} mx + 3y + 4z &= m \\ x - 4y - 5z &= 0 \\ x - 3y - 4z &= 0 \end{aligned}$$
 - Resólveo cando $m = 0$ e cando $m = 1$.
- Dada a recta $r: \begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ x + y - z - 2 = 0 \end{cases}$
 - Calcula a ecuación implícita ou xeral do plano π que pasa polo punto $P(2, 5, -2)$ e é perpendicular á recta r .
 - Estuda a posición relativa da recta r e a recta s que pasa polos puntos $P(2, 5, -2)$ e $Q(-1, 4, 2)$.
 - Calcula o punto da recta r que equidista dos puntos $P(2, 5, -2)$ e $Q(-1, 4, 2)$.
- Enunciado e interpretación xeométrica do teorema de Rolle.
 - Sexa $f(x) = 2x + \frac{5}{2} \ln(1+x^2)$. Calcula a ecuación da recta tanxente á gráfica de $f(x)$ no punto correspondente a $x = 0$. Determina, se existen, os máximos e mínimos relativos de $f(x)$.
- Dada a función $f(x) = \begin{cases} ax + 2 & \text{si } x < 1 \\ 3(x-2)^2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$
 - ¿É $f(x)$ derivable en $x = 1$, para algún valor de a ?
 - Para $a = 1$, calcula a área da rexión limitada pola gráfica de $f(x)$ e o eixe OX .